

第十四章

牛頓與科學革命

歐洲從近代進入現代的關鍵是啟蒙運動，那其實是歐洲從中古開始，長達五百年思想變革的最後階段。籠統地說，這變革以文藝復興為開端，繼以宗教改革和科學革命。到了十八世紀，這幾個不同方向的變革思想匯集起來，方才促成啟蒙運動的大潮。在整個過程中，科學革命無疑是最直接的關鍵因素之一。如前三章所縷述，科學革命從十六世紀之初開始醞釀，到笛卡兒和惠更斯的時代已經有一個半世紀之久，所以在此時出現的牛頓能夠取得巨大突破，從而完成這個革命，可謂水到渠成。他在致胡克的信中所說「我能夠望得更遠，是因為站在巨人的肩膀上」原意雖然只是客氣恭維對方，卻也反映了實情¹。本章所要討論的，便是牛頓個人的探索歷程，特別是他在1684—1687那短短三年間，如何將所有前人和自己的發現熔鑄為一個完整體系，以解決自柏拉圖和亞里士多德以來困擾學者達二千年之久的天文和物理問題，更為大自然探索樹立新目標、新方法、新典範，從而奠定隨後三百年多現代科學發展的基礎。

1 這句名言來自1676年2月5日牛頓致胡克的信札，原文為「倘若我望得更遠，那是因為站在巨人肩膀上」，此處所謂「巨人」顯然是指笛卡兒和胡克，見Westfall 1980, p.274, n.106。該信背景是兩人衝突多時，其後胡克主動去信和解，故此牛頓在回信中自謙和頌揚對方。根據索爾茲伯里的約翰(John of Salisbury)，這說法原出於十二世紀學者伯納德(Bernard of Chartres)，見Southern 1959, p.203。

一、大自然的神奇之子

在十七世紀中葉，現代科學革命所需要的各種基本因素——新天文觀念、行星運動定律、慣性觀念、落體和拋射體的運動規律，乃至代數學、解析幾何，以及解析學觀念與方法等等，大致都已經具備了。但倘若我們認為，牛頓只不過是幸運地在適當時刻出現在適當位置，因而能夠融會貫通這一切的人，那就大錯特錯了。倘若他沒有過人天份、才能和魄力，是絕對不可能在短短兩三年內完成最後一步飛躍，將許多雜亂無章的思想、方法和試探性規則加以神奇變化，融鑄成完整科學體系的。古人有云「天生仲尼，萬古如長夜」，蒲帕(Alexander Pope, 1688—1744)為牛頓作墓誌銘曰「大自然暨其規律為夜幕所掩，上帝命牛頓出世，天地遂大放光明」²，東西方所稱頌的人物迥異，文辭卻異曲同工，都充分表達了後人對大宗師的景仰讚嘆之情。

聖三一學院的孤癖青年

牛頓(Isaac Newton, 1642—1727)出生於林肯郡小市鎮葛蘭深(Grantham)附近的伍斯索合(Woolsthorpe)莊園，他的家族在該地淵源久遠，人口繁衍，但歷來務農為業，前輩並無學者或顯赫人物。他這一支至祖父輩致富，成為縉紳，但父親在承受家業和結婚之後不久便去世了³。牛頓是早產的遺腹子，身體極其孱弱，三歲時母親漢娜(Hannah Ayscough)改嫁當地牧師史密斯(Rev. Barnabas Smith)，將他留在祖屋，由祖母撫養。

2 稱頌仲尼詩聯為宋代唐庚所記而朱熹所引，見《朱子語類》卷九十三。蒲帕墓誌銘原文為“Nature and nature’s laws lay hid in night; God said ‘Let Newton be’ and all was light.”，作者譯文。

3 有關牛頓的原始資料、傳記、論文、研究浩如煙海，從以下「文獻指引」可得一鳥瞰：Westfall 1980, pp. 875-884。就當代傳記而言，最早亦相當詳盡者為More 1934，其後有Hall 1992及White 1997。但最詳盡精審則為Westfall 1980，其精簡本為Westfall 1993，兩者皆為本章主要依據；至於Cohen and Smith 2002則為牛頓學術之研究論文集。此外個別問題之討論尚見以下相關注釋。

這個巨變對他自是重大打擊，但相關財務安排則對他十分有利，因為婚約中後父同意贈予他一處田產，而生父母雙方財產後來也都由他承受，保證他一生不必為經濟擔憂。他十二歲時後父去世，母親帶同三個異父弟妹回歸祖屋同住。這一連串委屈、淒涼經歷對牛頓的性格影響很大，入大學後他甚至曾寫下痛恨母親與後父的自白。大概在十三四歲左右，他被送往葛蘭深文法中學，並寄居在當地藥劑師克拉克 (Mr. Clark) 家中，從而認識其妻舅巴丙頓 (Humphrey Babington) —— 此人在劍橋聖三一學院當導師，日後對牛頓關照備至，影響他的前途至深。當時文法學校的課程受文藝復興風氣影響，除《聖經》外以拉丁文為主，加上少許希臘文，數理方面則闕如。牛頓在校時性格孤僻，與同學格格不入，學業上也沒有突出表現。但他手工十分靈巧，曾經製作多種模型，包括玩偶家具、風車、水車、磨盤、板車等等，而意念大抵是得之於一部名為《自然奧秘》的通俗讀物⁴；他又對日晷和日影長短特別感興趣，往往為此廢寢忘餐。十七歲時母親命他輟學歸家學習管理莊園，但他毫不感興趣，表現極其懶惰散漫。九個月後，由於舅父（他畢業於劍橋後任職牧師）和賞識他的中學校長的斡旋，他終於能夠回校完成學業，然後在 1661 年入讀劍橋聖三一學院。

不知為何，他雖然家境殷實，卻是以最低級的服務生 (subsizar) 地位入學，需要為導師和其他同學做侍應、收拾、清潔等低下工作，這無疑對他的自尊心有很大打擊，令他的孤僻性格與日俱增⁵。他唯一相投的同窗是在散步時無意中結識而比他低班的維金斯 (John Wickins)，後來他們成為室友；至於和其他同學的交往，則止於為他們提供借貸以牟利而已，除此之外未曾留下任何記載。當時查理二世剛剛復辟 (1660)，劍橋暮氣沉沉，亞里士多德學說仍然是課程重心，但已經完全失去活力，無人認真看待，

4 該書為 John Bate, *The Mysteries of Nature and Art*，見 Westfall 1980, p.61.

5 當時劍橋學生依繳費多少分優等生 (commoner)、全費生 (pensioner)、服務生 (sizar) 和低等服務生 (subsizar) 四等，牛頓成為四等生的唯一合理解釋是，他母親極為不滿他無心管理莊園，只勉強同意他進大學。但亦有跡象顯示，他受巴丙頓賞識和照拂，因此可能是被指派為其個人的專門服務生。

學院導師尸位素餐，視本職如乾俸 (sinecure)，他們除了維持學院的營運以外，只有少數為學生導修，那也都是為增加收入而已。不過大學規制鬆弛，對學生不聞不問，放任自流，這對於求知若渴的天才如牛頓，反而提供了理想的自由治學環境。

從牛頓購藏的書籍和留下的筆記可知，他最初的確對以亞里士多德為主的正規課程和相關讀本下過功夫，也從中吸收了一些思想方法和習慣，但大概從三年級開始，就對這些舊學失去興趣，而將注意力轉向當時正在大學門牆外蓬勃發展的自然哲學新風。饒有象徵意義的是，他的大學年代正好處於皇家學會成立 (1662) 和法國皇家科學院出現 (1666) 之間。他涉獵極廣：除了起初有點不屑一顧的《幾何原本》以外，從開普勒的《折射光學》(1653 年重印)、伽利略的《對話》(但《新科學》似乎闕如)、維艾特的《分析方法導論》、笛卡兒的《幾何學》和《哲學原理》、伽桑迪的原子論、奧特雷德的《數學要義》、沃利斯的《無限算法》和《代數學》、胡克的《顯微圖錄》，乃至霍布斯和亨利摩爾的哲學，都無所不窺；對於哥白尼天文學、伽利略《星際信使》、波義耳的最新研究，特別是有關氣體彈性 (1660)、生理學 (1661)、化學 (1661)、實驗哲學 (1663)、顏色研究的歷史 (1663)、冷熱研究的歷史 (1665) 等書籍也同樣涉獵。他的筆記除了分門別類記載閱讀所得，還以疑問方式寫下了對各種問題的大量思考，諸如物質基本結構和屬性、「自然」和「劇烈」運動的討論、重力、漩渦說、開普勒天文學、光的性質、顏色、視覺、潮汐等等都有涉及。可以說，他一生工作，都已經在此打下基礎，露出端倪了。

神奇之年

牛頓是個毫無家世憑藉的草莽天才，對於他來說，劍橋雖然落伍頹廢，幾乎沒有和師友切磋的可能，卻不失為理想學術家園。不過學院中的院士 (fellow) 位置稀少，大多數為有勢力特別是由皇家推薦的世家子弟把持，像他那樣一個低級服務生，不論如何才華橫溢，要擠進去機會都很渺

茫。但意想不到，他居然成功了！決定性的第一步是在 1664 年 4 月底即三年級結束時通過考試獲得獎學金。這可能是被學院主考巴羅教授 (§13.8) 賞識，但熟人巴丙頓的推薦可能更具決定性⁶。翌年他本科畢業，取得學士學位，此後兩年間 (1665—1666) 大學由於瘟疫流行而停課，他回到伍斯索合老家躲避，潛心研究。

他日後回頭細數年輕時的許多發現之後說，「所有這些都發生於 1665—1666 那兩年瘟疫期間。那時我正當發明的盛年，對於數學和哲學比此後任何時候都更加用心」⁷，所以那兩年被稱為他的「神奇之年」(*anni mirabilis*)。這些發現集中在數學、力學和光學等三方面，它們在時間上大部分重疊，成果又沒有出版，所以先後次序只能夠從手稿和事後追憶來推斷，不可能很準確。

流數法的發現

牛頓接觸數學很晚，本來連《幾何原本》都不屑一顧，直到 1664 年春夏間，即三年級末讀到笛卡兒《幾何學》的范舒敦拉丁文譯本第二版（那包括大量評注），才對分析學發生強烈興趣⁸。他無師自通，不到一年就完全吸收當時最前緣的研究成果，包括沃利斯的《無限算法》，跟着進一步將既有

6 牛頓多年後回憶此事，自認為面試時不曾注意最基本的《幾何原本》，雖然通讀了笛卡兒《幾何學》卻沒有勇氣主動提出，因此巴羅對他印象平平，但這可能只是錯誤印象而已。至於巴丙頓，則在聖三一學院中資歷很深，他三年後 (1668) 即晉升負責院務的八位資深院士之一。而有跡象顯示，他和牛頓關係相當密切：後來牛頓當選初級院士，當也是他一力推薦所致。詳見 Westfall 1980, pp. 100-103, 176-177.

7 這段話是五十年後他和萊布尼茲爭論微積分學發明權時所說的，原文和出處見 Westfall 1980, p.143.

8 牛頓發明了流數法（即微積分），對解析幾何以及數學其他領域也有重大貢獻，但生前鮮有出版，其工作大部分都是以手稿形式流傳後世，它們直至 1960 年代方才由懷賽 (D. T. Whiteside) 窮 14 年之功蒐集、編輯、翻譯（其拉丁文部分）所有手稿，並加詳細導言與注釋，分八大卷於 1967—1981 年間出版 (2008 年出平裝本)，此即 Newton/Whiteside 2008，為深入了解牛頓數學工作之基本工具書。

成績從特例逐步推廣為整套普遍方法，包括通過二項展開式將函數轉變為級數；以積分法求曲線所包面積；以微分法求曲線上每點的法線、切線、曲率、曲率中心，乃至其法包線；求導數的普遍法則等等。最後，還通過疊加曲線每點切線所掃過的面積，證明微分和積分運作的「對易關係」，也就是微積分學的基本定理⁹。

在這些計算中，他最初是依循笛卡兒的切線法和沃利斯的無限小 (infinitesimals) 方法，到後來，則發展出他獨特的「流數法」(method of fluxions)。它的基本觀念是用運動點不斷延伸的動態軌跡來取代完整的靜態曲線，從運動點在極短時間內的位移，來計算它的瞬時速度，而速度方向自然就是軌跡的切線方向。經過一年多緊張工作，他在 1665 年 11 月中寫成第一篇數學手稿〈從物體軌跡計算其速度〉，翌年 5 月和 10 月短暫回到同類問題，再寫成三篇手稿，但都沒有示人，更沒有發表，只是束之高閣。其實，從 1666 年初開始，他的興趣已經完全轉移到其他方向去了¹⁰。

力學研究

牛頓對於力學的興趣，其實開始於 1665 年 1 月，也就是與數學原創研究大致同時，但它逐漸增加以至取代數學，則在 1666 年¹¹。他最早解決的，是我們在上面討論過，惠更斯最先在 1656 年解決但遲至 1668 年方才發表的問題：兩個不同質量和速度物體之間的碰撞。為此他提出了三個重要新

9 根據 Westfall, 這大約是 1664 年秋天的發現，其具體證明是以 $y = ax^n$ 形式的曲線為例的。詳見 Westfall 1980, pp. 123-128.

10 有關牛頓數學發現的詳細討論見 Westfall 1980, Ch. 4. 根據多年後自述，他以物體運動軌跡的觀念作為流數法的基礎，可能是受巴羅講課影響，這是他少數提到巴羅之處。見同書 p.131.

11 赫理浮的《牛頓〈原理〉的背景》一書即 Herivel 1965，對牛頓在出版《原理》之前的動力學工作做了非常詳細研究。該書第一部分是論述，第二部分是附注釋和翻譯（若原文為拉丁）的原始文獻。牛頓早期的數學和力學研究大多是記載在他的《草稿》筆記本 (Waste Book) 中，有關力學者見 Herivel 1965, Pt. II, Ch. 2. 至於牛頓力學研究的綜述則見 Westfall 1980, pp. 144-155.

觀念：首先，慣性不是力，改變慣性運動的才是力；其次，以兩物體的重心為參照系，則問題可以簡化成兩者的對撞；最後，兩物體作用於彼此的力必然相同但方向相反——那當然也就是日後運動三定律的第三條。

他研究的下一個問題是圓周運動：通過以多邊形代替圓，這運動便等同於運動體在平面上被多次反彈，由是可以推斷其所感受的力與 v^2/r 成比例，其中 v 是旋轉速度， r 是圓半徑。這結果同樣是惠更斯早已經發現，卻遲至 1673 年才發表的 (§13.9)。他的天才在於，立刻就想到要將這公式應用到兩個大問題上去。首先，是將地面上物體所受的「重力」與因為地球的旋轉而受到的「離心力」加以比較，得到前者大約為後者 300 倍的結果，從而證明，物體不至於因為地球的旋轉而被「拋出」地球以外¹²。更驚人的是下一步：憑着猶如天馬行空的想像力，他竟然把「地面重力」與「月球繞地運轉的離心傾向」加以比較，結果是 4000 倍。另一方面，行星軌道與圓形相差極微，因此將開普勒行星運行第三定律（軌道直徑三次方與周期平方成比例）和以上離心力的公式結合，他立刻就得到「令行星循圓形軌道運行的力與軌道半徑的平方成反比」的重要結果——而這可以用於月球的運行：地月距離大約是地球半徑的 60 倍，所以地球重力在地面應該比在月球的位置大 3600 倍左右，那和前面的數值相當接近了，只相差 10%。因此，天體之間的引力很可能是和距離平方成反比，而使月球繞地運行的力量和地面重力有相同根源。當然，這就是萬有引力定律的雛形。根據他外甥女婿康杜依 (Conduitt) 記錄他自己的回憶，他是 1666 年在祖屋園子裏，從蘋果的墜落而悟到這道理的¹³。他甚至還計算了不同行星所受（太陽）引力的比例。這樣，他已經對支配天體運行的引力形成初步構想了。此外，他還寫過一篇「運動規律」手稿，討論的是剛體運動（包括平移和轉動）和

12 該計算是寫在本為租約的羊皮文件反面，見 Herivel 1965, Pt. II, Ch. 3. 此計算中涉及重力加速度，那是從牛頓自己做的單擺實驗推斷出來；此計算他其實以不同假設做了兩次。見 Westfall 1980, pp. 150-151. 當然，如 §13.9 所說，這問題其實惠更斯已着先鞭。

13 牛頓終身未婚，晚年與外甥女巴頓 (Catherine Barton) 及其夫婿康杜依 (John Conduitt) 同住，後者崇拜這位偉人，不但記錄他們的談話，也着意收集他的事跡。

碰撞，在其中提出了角動量守恆觀念——雖然其角動量的意義仍然模糊不清¹⁴。

光學實驗與大發現

光學在西方有久遠和豐富傳統，到十七世紀中葉已經很成熟，特別是反射、折射定律和彩虹、全反射等現象都已經被討論得很詳細。牛頓在這方面的閱讀，主要是笛卡兒《方法論》的光學部分 (*Dioptrics*)、波義耳的《論顏色》，和胡克《顯微圖錄》的光學理論等等。至於牛頓的光學研究到底從什麼時候開始，則是個相當困難的問題，最終我們只能夠妥協各種因素而作合理猜想而已¹⁵。現在看來，他最早大約是 1665 年夏季避瘟疫時，在伍斯索合老家中做了以單個三稜鏡分解日光為七色光譜的實驗；翌年春間回到劍橋時，方才在他的院士房間裏用兩個三稜鏡做了先將日光分解然後又使之重合的進一步實驗。換而言之，它們大致和力學研究同時而稍晚一些。

當時尚未解決而他感興趣的問題是：何以光線會有不同顏色¹⁶？在西方科學傳統中，學者向來認為光只有一種，即太陽所發的明亮白光，至於彩虹或者白光經過稜鏡之後所產生的有色光，則只不過是光因為折射而發生的某種變異（例如與黑暗以不同比例混合），由是在眼睛中產生的混亂現象，但那是非本質的。牛頓在他題為《若干哲學問題》(*Questiones*

14 牛頓估算月球與其他天體所受引力的原稿之英文翻譯見 Herivel 1965, Pt. II, Ch. 4, 此稿他在 1694 年曾經出示予數學家格列高利 (David Gregory)；至於有關「運動規律」的手稿，則見同書 Pt. II, Ch. 5.

15 問題之所以困難，根源在於他的光學實驗是大型的，它需要以下幾個條件的配合：大三稜鏡，那當時只能夠在定期市集買到；足夠大的房間，以使光譜能夠充分散開被仔細觀察；高仰角的日光，以使光線經過三稜鏡折射之後與地板平行而可以投射於對面牆壁上；和助手的幫忙。這些條件在何時具備是問題的焦點，詳見 Westfall 1980, pp. 156-158.

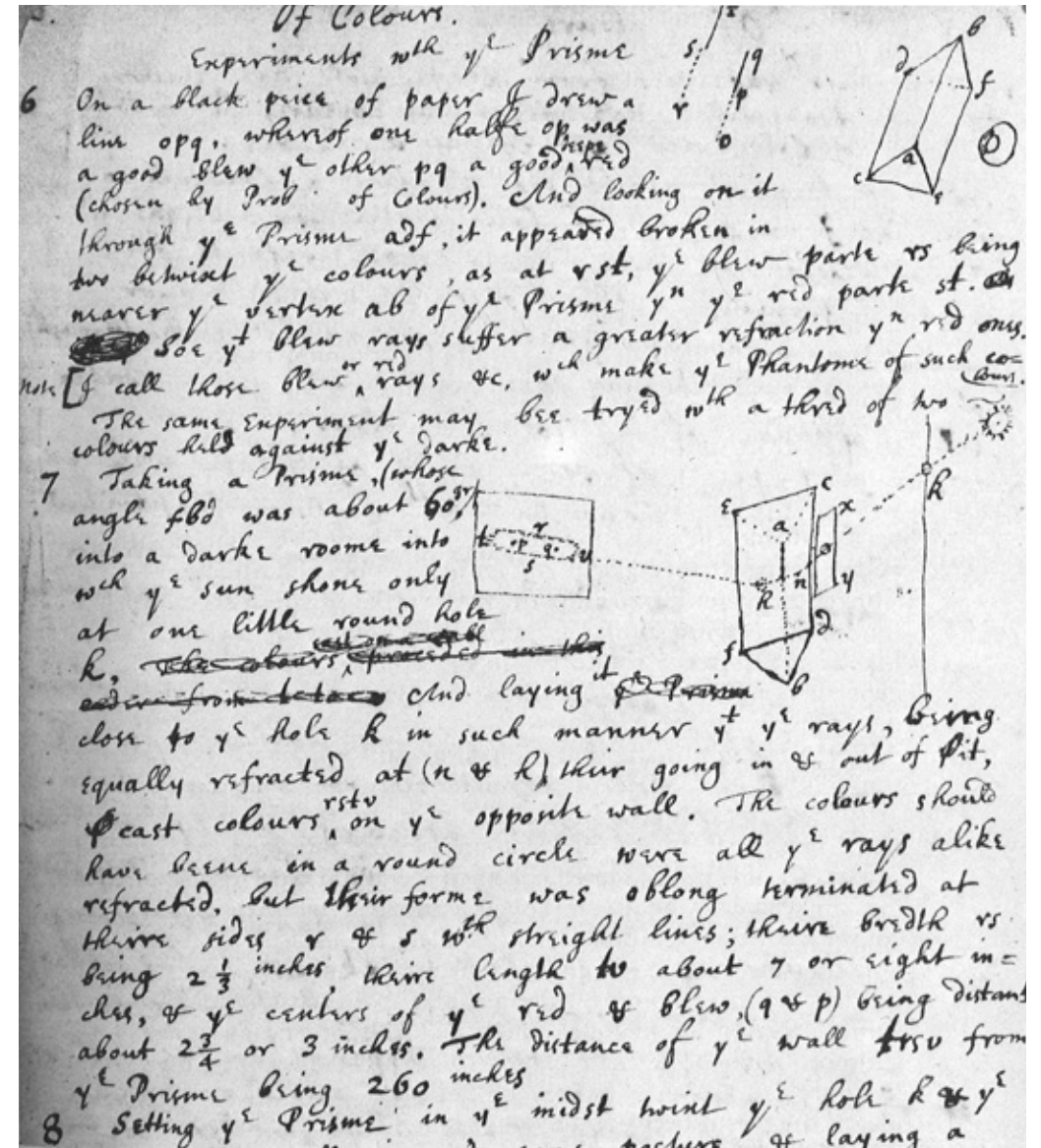
16 這是為方便的簡化說法，其實他認為光有不同性質（例如光微粒的不同速度），顏色只是不同性質的光在眼睛所產生的作用而已。當然，這和我們今日的理解也是一致的。

quaedam philosophicae) 的筆記本中開始質疑這種觀念，而發展出光線的顏色是其本質的想法。要證實這個假想，他在 1665 年夏季所做的第一個實驗，就是通過窗上細孔將一細束陽光引入黑暗房間，使它通過三稜鏡，然後投射到對面 22 英尺之遙的牆上。這距離很大，所以不同顏色的光由於折射率各不相同，就散開形成長條形（寬度達高度的 5 倍）光譜，其中不同顏色的條紋清楚地顯示出來。這實驗的關鍵是投射距離。笛卡兒、胡克、波義耳都曾做過相類實驗，但顯示平面離稜鏡只有幾寸以至數尺的距離，所以都不能夠清楚顯示光譜，而只是在變形亮點的兩端呈現模糊色彩。牛頓的研究非常徹底，從此突破開始，他又做了大量後續實驗以得到確鑿證據。例如以稜鏡分解陽光之後，令光譜中藍色或者紅色部分再經過第二個稜鏡，從而證明它不會再有變化。但最決定性的，則是令日光分解成的光譜通過一個倒轉的稜鏡，從而將不同顏色的光重新混合成為白光；或者令三個稜鏡分解成的光譜部分重疊，從而見其重疊部分也是白光。這樣，他有力地證明，不同顏色的光各有不同折射率，它們是本質和不變的，反而亮白的日光是由不同顏色的光混合而成。這樣，自亞里士多德以來對於光和顏色的深刻誤解就被打破了。不過，這些都只是他在筆記本寫下的實驗記錄和見解，尚未為人所知，更不要說被接受（圖 14.1）¹⁷。

本科畢業後由於躲避瘟疫而居家研究的那兩年，牛頓才華煥發，神思睿轉，他日後的所有的重大發現，可以說都是在此時奠定基礎。愛因斯坦說「幸運的牛頓，科學的幸福童年！」¹⁸，所想到的無疑就是這「神奇之年」——當然，很可能也想到了 240 年之後的 1905，他自己的「神奇之年」！

17 牛頓光學實驗的許多其他細節，以及他對光本質的構想，即其為不同速度的微粒，而不可能是波動，還有他發現干涉現象的牛頓環實驗等等，我們都不能夠在此討論，詳見 Westfall 1980, pp. 156-175 以及 Cohen & Smith 2002, Ch. 7.

18 見愛因斯坦為牛頓《光學》所寫「前言」，Newton 1952, p.lix.



Reproduced by kind permission of the Syndics of Cambridge University Library

圖 14.1 牛頓 1672 年光學實驗手稿一頁。在其圖解中陽光是通過壁孔 k 進入黑室，以木板 xy 上的細孔令其成為細束，經旁邊的三稜鏡 abcdef 折射後散開成為多色長條 trus。此實驗是用英文（而非拉丁文）記錄。見劍橋大學圖書館編號 Add Ms 3975, p.2, Portsmouth Collection.